UNION DES COMORES	OFFICE NATIONAL DES EXAMENS ET CONCOURS		
	Épreuve de: *Mathématiques*	Durée: **3 H**	Coef: **3**
		Série: **A4**	Nombre de pages: **2**

BACCALAUREAT SESSION 2007

Exercice 1 : (5 points)

1. (U_n) est une suite arithmétique telle que : $U_2 = 1$ et $U_7 = 11$.

a) Calculer la raison r . En déduire le sens de variation de la suite (U_n)

b) Exprimer U_n en fonction de n

c) Exprimer, en fonction de n , $S_n = U_2 + U_3 + \ldots\ldots + U_n$ et puis calculer : $\lim\limits_{n \to +\infty} \left[\dfrac{S_n}{n^2+1} \right]$

d) Calculer la valeur exacte de la somme suivante :

$T = -5 + 10 - 20 + 40 - \ldots\ldots. - 5120.$

2. On considère le polynôme $P (x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

a) Montrer que P (x) peut s'écrire sous la forme : $P (x) = (x - 1)(x^2 - x - 6)$.

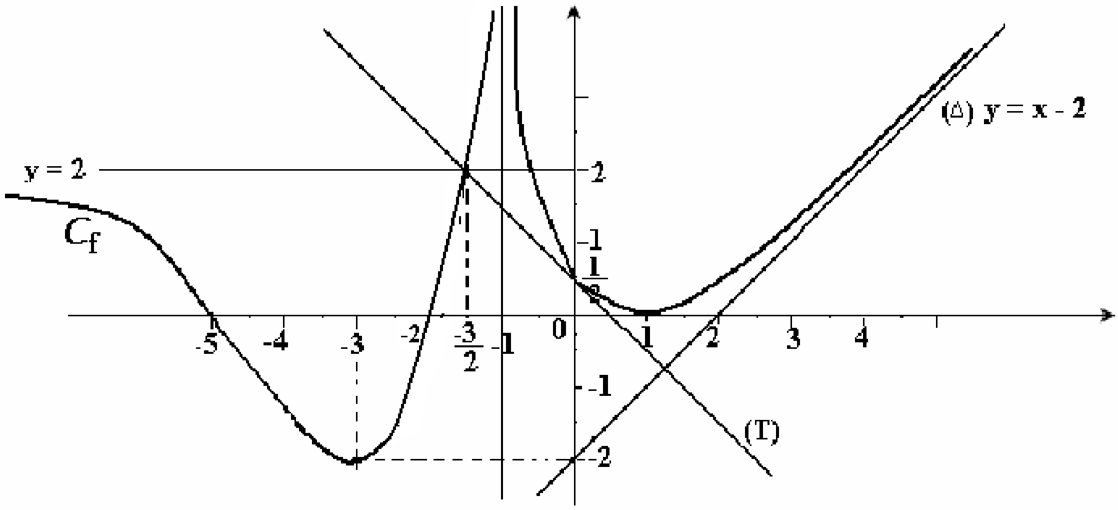
b) Résoudre dans IR l'équation P (x)= 0

c) En déduire la solution de l'équation : $(9^{3x}) - 2 (9^{2x}) - 5 (9^x) + 6 = 0$

3. Résoudre dans $IR_+^* \times IR_+^*$ le système suivant : $\begin{cases} \ln x + \ln y = 1 \\ \ln x . \ln y = -6 \end{cases}$

Exercice 2 : (5 points)

Soit f une fonction dont sa courbe représentative, (C_f), est donnée ci-dessous.



Après avoir examiner la courbe, répondre aux questions suivantes :

1°- Donner le domaine de définition de f et puis les limites aux bornes du domaine.

2°- Lire la valeur de : f (- 3) ; f (0) ; f (1) ; f' (- 3) ; f'(1) et puis calculer f'(0)

3°- a) Préciser la valeur de $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-2)]$ Justifier votre réponse.

b) Vérifier que l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_o = 0$ est donnée par :

$y = -x + \dfrac{1}{2}$

4°- a) Donner les solutions des équations: f (x) = 0 et $f(x) = -x + \dfrac{1}{2}$

b) Donner les solutions des inéquations : f (x) < 0 et $f(x) < -x + \dfrac{1}{2}$

5°- Parmi les deux tableaux de variation suivants, recopier celui qui correspond à la courbe représentative de f.

x	$-\infty$		-3		-1			1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	‖		-	0	+	
f(x)	2 ↘		-2	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘		0	↗ $+\infty$	

x	$-\infty$		-3		-1			1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	‖		-	0	+	
f(x)	1 ↘		-2	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘		0	↗ $+\infty$	

Problème : (10 points)

Partie A : Lecture de tableau

On considère la fonction H définie sur IR dont son tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
H'(x)		0	
H(x)	1 ↘	$1-e^{-1}$	↗ $+\infty$

1°- Après avoir examiner attentivement ce tableau, répondre aux questions suivantes :

a) Lire : $\lim\limits_{x \to -\infty} H(x)$; $H(-1)$

b) Justifier que H (x) est positif pour tout réel x. « On prend : $e^{-1} = 0,36$ »

On suppose que pour tout réel x, $H(x) = ax\,e^{x} + b$, où a et b des constantes réels.

En utilisant la question 1°- a), montrer que : a = 1 et b = 1.

Partie B : Étude de fonction

Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = (x-1)e^{x} + x - 2$.

1°- Variations de g.

a) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

b) Montrer que pour tout réel x: $g'(x) = H(x)$

Où H la fonction définie dans **la partie A]** par $H(x) = x\,e^{x} + 1$. En déduire le sens de variation de g.

c) Dresser le tableau de variation de g.

2°- Asymptote et position par rapport à la courbe

Soit **(d)** la droite d'équation $y = x - 2$.

a) Montrer que la droite **(d)** est asymptote de **(C_g)** en $-\infty$.

b) Étudier la position de **(C_g)** par rapport à la droite **(d).**

3°- Établir l'équation de la tangente (T) à (C_g) au point d'abscisse $x_0 = 0$ **.**

4°- Courbe

a) Montrer que pour tout réel x non nul : $\frac{g(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right)e^{x} + \frac{x-2}{x}$

b) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-1}{x}$, $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-2}{x}$

c) En déduire : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\frac{g(x)}{x}\right]$ Conclure.

d) On admet que **(C_g)** coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse **m** tel que 1 < m < 2 ;

On rappelle que g (0) = - 3 , g (1) = - 1 et g (2) = 7,3.

Tracer avec soin, dans un même repère orthonormé (O , i, j), **(d)**, **(T)** et **(C_g)**